Utilisation des modes de Liapounov pour la prévisibilité atmosphérique

Responsable : Guillaume Lapeyre (glapeyre@lmd.ens.fr)
Laboratoire : Laboratoire de Météorologie Dynamique/IPSL
Lieu du stage : Ecole Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, 75005 Paris

La dynamique atmosphérique des latitudes moyennes peut être vue comme un système dynamique de nature chaotique (Lorenz 1963). On peut déterminer sa prévisibilité à l'aide des exposants de Liapounov qui mesurent le taux de croissance de perturbations à une prévision donnée (c'est-à-dire le long d'une trajectoire dans l'espace des phases). Les directions d'instabilité associées à ces exposants – les modes de Liapounov – caractérisent pour leur part les propriétés du système chaotique. Ces modes de Liapunov se distinguent des modes classiques d'instabilité (dits modes « normaux ») qui gardent une structure spatiale fixe dans le temps alors que les modes de Liapounov ont une structure dépendant du temps qui leur permet de conserver une croissance optimale pour les temps infinis. Ils sont fondés sur le théorème ergodique d'Osedelets (1968), et sont connus depuis les travaux d'Eckmann et Ruelle (1985). Ils ont été introduits en météorologie par Legras et Vautard (1996) et ont plusieurs implications pour la prévisibilité :

1. Ces modes décrivent les instabilités intrinsèques de l'écoulement atmosphérique et sont donc par ce fait les meilleurs descripteurs de la dynamique des erreurs au voisinage d'une prévision donnée.
2. Ils permettent de définir des modes lents, ceux dont le taux de croissance est proche de 0 mais qui sont aussi les moins susceptibles de saturer et qui portent donc la prévisibilité sur des durées étendues.

L'objectif scientifique du stage est d'explorer les propriétés des exposants et des modes de Liapounov pour des écoulements atmosphériques turbulents. Jusqu'ici, ces modes n'avaient guère été explorés que pour des systèmes à faible nombre de degrés de libertés car on manquait d'un algorithme pratique pour les calculer dans les grands systèmes, ce qui n'est plus le cas à présent (Ginelli et al., 2007 ; Wolfe et Samelson, 2007). Pour cela, on mènera des simulations numériques de turbulence de type quasi-géostrophique appropriée pour décrire les écoulements atmosphériques (de type Snyder et Hamill 2003) et on calculera les modes de Liapounov dans ces écoulements. On examinera leur structure spatio-temporelle afin de comprendre comment elle est associée aux propriétés dynamique de l'écoulement. Enfin, le comportement de ces structures sera examiné dans le cadre de perturbations nonlinéaires afin d'identifier leur rôle pour la prévisibilité étendue et pourra être comparé à d'autres types de structures (par exemple, les modes singuliers nonlinéaires, Rivière et al. 2008).

Références :

- J.P. Eckmann et D. Ruelle, 1985: Ergodic theory of chaos and strange attractors, Rev. Modern Phys., 57, 617-656.
- F. Ginelli et al., 2007 :Characterizing dynamics with covariant vectors, Phys. Rev. Lett., 99, 130601.
- B. Legras et R. Vautard, 1995 : A guide to Lyapunov vectors, Predictability vol 1. Proceedings of the European Centre for Medium-Range Weather Forecasts.
- E. N. Lorenz, 1963 : Deterministic nonperiodic flow, Journal of Atmospheric Sciences 20, 130-141.
- V. Osseledec, 1968: A multiplicative ergodic theorem. Lyapunov characteristic numbers for dynamical systems, Trans. Moscow Math. Soc., 19, 197-231.
- O. Rivière, G. Lapeyre et O. Talagrand, 2008 : Nonlinear generalization of singular vectors in baroclinic unstable flows. Journal of Atmospheric Sciences, 65, 1896-1911.
- C. Snyder et T. M. Hamill, 2003 : Leading Lyapunov vectors of a turbulence baroclinic jet in a quasigeostrophic model.. Journal of Atmospheric Sciences, 60, 683-688.
- C.L. Wolfe et R.M. Samelson, 2007 : An efficient method for recovery of Lyapunov vectors from singular modes, Tellus, 59A, 355-366